

ОПТИМИЗАЦИЯ ЦЕНЫ ТРЁХ ПОСТАВЩИКОВ ПРИ КВАДРАТИЧНЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ ПАРНЫХ СОГЛАСОВАНИЙ

А.В. Докучаев, А.А. Котенко

Самарский государственный технический университет (СамГТУ), Самара, Россия

Рассматривается согласование цены поставки однородного товара тремя поставщиками, обеспечивающее невозможность появления перекупщика товара между его поставщиками и финальным потребителем. Указана возможность аналитического решения в случае квадратичной зависимости согласованных цен поставки для пар поставщиков.

Ключевые слова: оптимизация, согласование цен, матричная игра с фиксированной суммой.

Введение

При поставке однородного товара несколькими поставщиками возникает задача согласования ими цен. В качестве разумного решения представим такую цену товара, при которой не может появиться перекупщик, закупающий товар по более низкой цене у одного из поставщиков и перепродающий этот объём товара другому поставщиков по более высокой цене.

При этом цена поставки для каждого поставщика должна оправдывать себестоимость товара при заданном объёме поставки. Задача усложняется нелинейной зависимостью себестоимости от объёма поставки, а в реальных рыночных условиях также многими другими факторами (периодичность поставки, постпродажное обслуживание, рекламные расходы и др.), которые многократно усложняются при наличии большого числа поставщиком на рынке данного товара.

Предположим, что зависимость себестоимость-цена для любой пары поставщиков известны. Поставим задачу согласования цен при трёх поставщиках.

Случай линейной зависимости согласованных цен любой пары поставщиков от объёма поставок приводит к графическому решению, известному в теории матричных игр нескольких лиц с фиксированной суммой. [1, 2]

Математическая модель

Используя обозначения цен, а также чистых и смешанных стратегий из работы [1], рассмотрим квадратичную модель парных согласованных цен применительно к случаю трёх поставщиков.

Как и в линейной модели предположим известными все чистые цены для всех поставщиков.

Кроме чистых цен, отражающих монополизацию рынка, будем считать заданными смешанные цены, отражающие захват рынка парой поставщиков при нулевых поставках от третьего поставщика.

Так для i -го поставщика будут известны по две зависимости смешанных цен $q_{ij}(d_{ij})$, $i=1,2,3; j=1,2,3; i \neq j$, описывающие зависимость цены q от объёма поставки d в условиях, когда два поставщика полностью покрывают потребности потребителя.

Таким образом, для каждого поставщика будут заданы 5 цен [1], определяющих 5 точек пространства R^3 . Следовательно, в искомой ценовой функции трёх поставщиков должно быть 5 неизвестных параметров.

Возьмём квадратичные зависимости (удовлетворяющие условию выпуклости ценовых функций) себестоимости от объёма поставки при $i=1,2,3$:

$$z_i = B_{i1}x_1^2 + B_{i2}x_2^2 + B_{i3}x_1 + B_{i4}x_2 + C_i.$$

Определим неизвестные параметры, подставив в уравнения ценовых функций координаты точек с известными ценами.

Для первого поставщика известны пять цен [1, 2]: $a_{11}, a_{12}, a_{13}, q_{12}(d_{12}), q_{13}(d_{13})$. Подставив их трёхмерные координаты в уравнение искомой ценовой функции, получим для неизвестных параметров линейную систему уравнений

$$\begin{cases} B_{11} + B_{13} + C_1 = a_{11}, \\ B_{12} + B_{14} + C_1 = a_{12}, \\ C_1 = a_{13}, \\ B_{11}d_{12}^2 + B_{12}(1-d_{12})^2 + B_{13}d_{12} + B_{14}(1-d_{12}) + C_1 = \\ = q_{12}(d_{12}), \\ B_{11}d_{13}^2 + B_{13}d_{13} + C_1 = q_{13}(d_{13}). \end{cases}$$

Разрешив её, определим ценовую функцию для первого поставщика.

Аналогично для 2-го и 3-го поставщиков получим соответствующие линейные системы

$$\begin{cases} B_{22} + B_{24} + C_2 = a_{22}, \\ B_{21} + B_{23} + C_2 = a_{21}, \\ C_2 = a_{23}, \\ B_{21}(1-d_{21})^2 + B_{22}d_{21}^2 + B_{23}(1-d_{21}) + B_{24}d_{21} + C_2 = \\ = q_{21}(d_{21}), \\ B_{22}d_{23}^2 + B_{24}d_{23} + C_2 = q_{23}(d_{23}), \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_{31} + B_{33} + C_3 = a_{31}, \\ B_{32} + B_{34} + C_3 = a_{32}, \\ C_3 = a_{33}, \\ B_{31}(1-d_{31})^2 + B_{33}(1-d_{31}) + C_3 = q_{31}(d_{31}), \\ B_{32}(1-d_{32})^2 + B_{34}(1-d_{32}) + C_3 = q_{32}(d_{32}). \end{cases}$$

Разрешив их, найдём соответствующие ценовые функции.

Численный метод решения

Теперь для решения задачи об оптимальной цене суммарной поставки необходимо найти максимум функции $w(x_1, x_2)$ двух независимых переменных.

Для этого согласно [1] разобьём область допустимых планов поставки D прямоугольной решёткой с шагом h и вычислим в узлах решётки значения всех ценовых функций. Значением искомой функции w в узле решётки будет максимум из значений ценовых функций в этом же узле.

После того, как значения функции w найдены, оптимальное значение согласованной цены трёх поставщиков будет находиться в точке её минимума. Вследствие выпуклости парных ценовых функций точка минимума функции w будет точкой их пересечения.

Следовательно, при оптимальном плане покупки товара (точка минимума функции w) цены единицы товара всех поставщиков будут совпадать. Поэтому возможность появления перекупщика, играющего на разности цен отдельных поставщиков, пропадает. Этот план будет оптимальным, при нём цена единицы товара будет равна координате z найденной точки.

Заключение

Ценовые функции поставщиков на практике не всегда являются линейными либо квадратичными. Неправильная их спецификация может привести к появлению перекупщиков в цепочке между поставщиком и финальным потребителем.

Более точное (нежели линейное или квадратичное) описание парных ценовых функций потребует более подробной информации о зависимости цены единицы товара от объёма поставки для всех пар поставщиков.

Если для каждого поставщика известны его чистая цена и две функции, описывающие смешанные парные цены, то в качестве ценовой функции проще всего принять квадратичную. Хотя при этом аналитическое определение точки с оптимальной ценой возможно, но оно настолько громоздко, что не представляет практического интереса.

В этом случае задача решается численно с любой необходимой точностью с помощью предложенного алгоритма.

Литература

1. Котенко, А.П. Графоаналитический метод определения поставок / А.П. Котенко, А.В. Докучаев // Вестник СамГТУ. Серия «Физ.-мат. науки». – 2009. – № 2(19). – С. 277-279.
2. Котенко, А.П. Формирование оптимальной цены при случайном поведении характеристик у нескольких поставщиков / А.П. Котенко, А.В. Докучаев / «Высшее образование, бизнес, предпринимательство»: Сб. научных трудов. – Самара: СамГТУ, Поволжский институт бизнеса. – 2015. – С. 26-29.